Serie 11 · Aufgabe 1a

Ziel: Flächeninhalt in Polarkoordinaten rechnen

(❤️) Berechnen Sie den Flächeninhalt, den die folgenden, in Polarkoordinaten gegebenen Kurven im Bereich $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ einschliessen.

a) $\varrho(\varphi) = \sqrt{\varphi}$

Serie 11 · Aufgabe 1b

Ziel: Flächeninhalt in Polarkoordinaten rechnen

(❤️) Berechnen Sie den Flächeninhalt, den die folgenden, in Polarkoordinaten gegebenen Kurven im Bereich $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ einschliessen.

b) $\varrho(\varphi) = \frac{1}{1+\varphi}$

Serie 11 · Aufgabe 1c

Ziel: Flächeninhalt in Polarkoordinaten rechnen

(❤️) Berechnen Sie den Flächeninhalt, den die folgenden, in Polarkoordinaten gegebenen Kurven im Bereich $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ einschliessen.

c) $\varrho(\varphi) = |\sin(\varphi)|$

Serie 11 · Aufgabe 1d

Ziel: Flächeninhalt in Polarkoordinaten rechnen

(❤️) Berechnen Sie den Flächeninhalt, den die folgenden, in Polarkoordinaten gegebenen Kurven im Bereich $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ einschliessen.

d) $\varrho(\varphi) = 2a(1 + \cos\varphi), \quad a > 0$

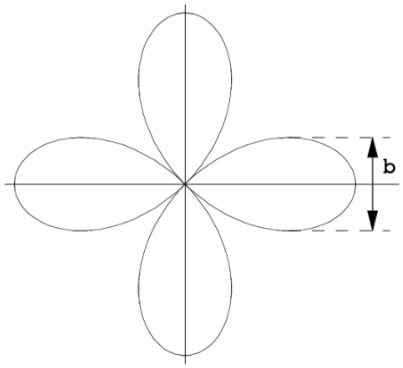
Die Abgabe zu dieser Aufgabe wird von den Hilfsassistierenden korrigiert.

Ziel: Flächenformel in Polarkoordinaten berechnen, Geometrie einer ebenen Kurve verwenden

Durch

$$\varrho(\varphi) = a\,|\cos(2\varphi)|$$

mit $a > 0$ wird in Polarkoordinaten der Rand eines Kleeblattes parametrisiert.



a) (❤️) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Kleeblattes.

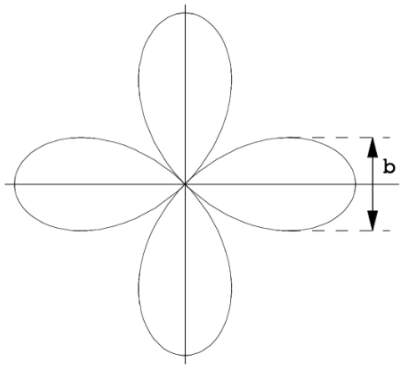
Die Abgabe zu dieser Aufgabe wird von den Hilfsassistierenden korrigiert.

Ziel: Flächenformel in Polarkoordinaten berechnen, Geometrie einer ebenen Kurve verwenden

Durch

$$\varrho(\varphi) = a\,|\cos(2\varphi)|$$

mit $a > 0$ wird in Polarkoordinaten der Rand eines Kleeblattes parametrisiert.



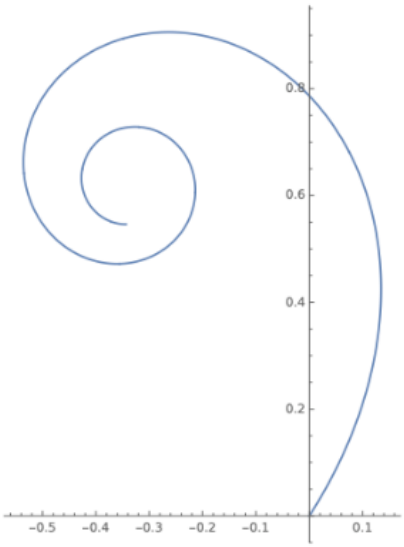
b) Bestimmen Sie die Breite b des Kleeblattes.

Serie 11 · Aufgabe 3

Ziel: Bogenlänge von Kurven berechnen, Geometrie von ebenen Kurven verwenden, Hauptsatz der Infinitesimalrechnung verwenden

Die Kurve K ist gegeben durch die Parameterdarstellung

$$t \mapsto (x(t),\, y(t)) = \left(\int_1^t \frac{\cos(u)}{u} \mathrm{d}u,\, \int_1^t \frac{\sin(u)}{u} \mathrm{d}u \right), \qquad t \in [1, 4\pi).$$



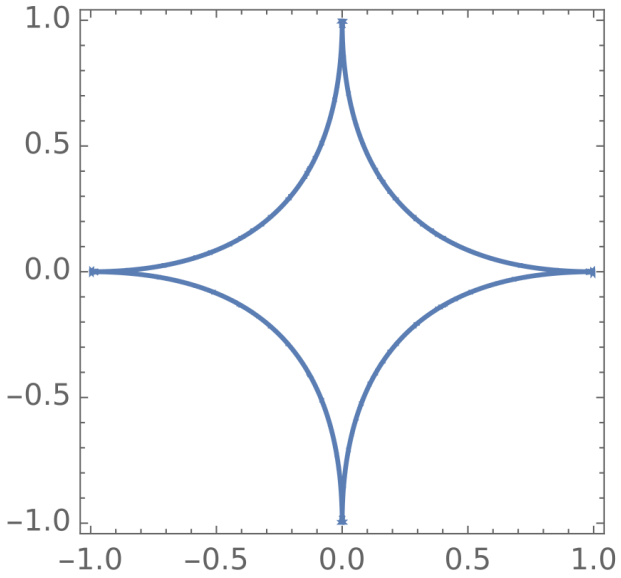
Was ist die Bogenlänge von K vom Koordinatenursprung bis zum ersten Punkt mit vertikaler Tangente?

Serie 11 · Aufgabe 4

Ziel: Flächenformel für ebene Kurven üben, Übergang implizite Form → Parameterdarstellung, Symmetrien erkennen und verwenden

Berechnen Sie die Fläche F des durch die ebene Kurve $\sqrt{|x|} + \sqrt{|y|} = 1$ begrenzten Bereichs.

Hinweis: Verwenden Sie Symmetrien!



Serie 11 · Aufgabe 5a

Ziele: Konvergenzradien von verschiedenen Potenzreihen bestimmen

Bestimmen Sie den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihen:

a. (❤️) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x}{n}\right)^n$

Serie 11 · Aufgabe 5b

Ziele: Konvergenzradien von verschiedenen Potenzreihen bestimmen

Bestimmen Sie den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihen:

b. (❤️) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2}{2n^3-1} x^n$

Serie 11 · Aufgabe 5c

Ziele: Konvergenzradien von verschiedenen Potenzreihen bestimmen

Bestimmen Sie den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihen:

c. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n} x^{2n}$