Aufgabe 1

Ziele: Krümmung parametrisiert berechnen, Zentrum des Krümmungskreises für einen speziellen Wert bestimmen

Gegeben ist die Parametrisierung der Kettenlinie

$$\vec{\gamma} : t \mapsto (t, \cosh t), \quad t \in \mathbb{R}.$$

a. (❤️) Bestimmen Sie die Krümmungsfunktion $t \mapsto k(t)$ der Kurve $\vec{\gamma}$.

Aufgabe 1

Ziele: Krümmung parametrisiert berechnen, Zentrum des Krümmungskreises für einen speziellen Wert bestimmen

Gegeben ist die Parametrisierung der Kettenlinie

$$\vec{\gamma} : t \mapsto (t, \cosh t), \quad t \in \mathbb{R}.$$

b. (❤️) Finden Sie das Zentrum des Krümmungskreises am Punkt $t = 0$.

Aufgabe 2

Die Abgabe zu dieser Aufgabe wird von den Hilfsassistierende korrigiert.

Ziele: Geometrisch spezielle Punkte einer Kurve sowie deren Tangenten bestimmen, Zentrum des Krümmungskreises für ausgewiesenen Punkt bestimmen, Kurve skizzieren

In dieser Aufgabe lernen wir die **Kardioide** kennen. Sie entsteht beispielsweise als Kaustik in Tassen und Gläsern, wenn an der Wa gebrochenes Licht einer Punktquelle sich an gewissen Stellen der Flüssigkeitsoberfläche bündelt.

Die Kardioide K ist gegeben durch die Parametrisierung

$$x(t) := 2\cos t + \cos 2t, \quad y(t) := 2\sin t + \sin 2t \qquad t \in [0, 2$$

a. (❤️) Skizzieren Sie die Kurve anhand von Achsenabschnittspunkten, deren Tangenten, sowie Punkten, die Tangente horizontal oder vertikal liegt.

Aufgabe 2

Die Abgabe zu dieser Aufgabe wird von den Hilfsassistierende korrigiert.

Ziele: Geometrisch spezielle Punkte einer Kurve sowie deren Tangenten bestimmen, Zentrum des Krümmungskreises für ausgewiesenen Punkt bestimmen, Kurve skizzieren

In dieser Aufgabe lernen wir die **Kardioide** kennen. Sie entsteht beispielsweise als Kaustik in Tassen und Gläsern, wenn an der Wa gebrochenes Licht einer Punktquelle sich an gewissen Stellen der Flüssigkeitsoberfläche bündelt.

Die Kardioide K ist gegeben durch die Parametrisierung

$$x(t) := 2\cos t + \cos 2t, \quad y(t) := 2\sin t + \sin 2t \qquad t \in [0, 2$$

b. (❤️) Finden Sie das Zentrum des Krümmungskreises am Pun $t = \frac{\pi}{2}$.

Aufgabe 2

Die Abgabe zu dieser Aufgabe wird von den Hilfsassistierende korrigiert.

Ziele: Geometrisch spezielle Punkte einer Kurve sowie deren Tangenten bestimmen, Zentrum des Krümmungskreises für ausgewiesenen Punkt bestimmen, Kurve skizzieren

In dieser Aufgabe lernen wir die **Kardioide** kennen. Sie entsteht beispielsweise als Kaustik in Tassen und Gläsern, wenn an der Wa gebrochenes Licht einer Punktquelle sich an gewissen Stellen der Flüssigkeitsoberfläche bündelt.

Die Kardioide K ist gegeben durch die Parametrisierung

$x(t) := 2\cos t + \cos 2t, \quad y(t) := 2\sin t + \sin 2t \qquad t \in [0, 2$

c. Skizzieren Sie die Kurve und ihren Krümmungskreis bei $t = 0$

Aufgabe 3

Ziele: Kurven in Polarkoordinaten betrachten, Schnittpunkt und Tangenten bestimmen

Die beiden in Polarkoordinaten (r, φ) gegebenen Kurven

$$K_1 \quad : \quad r \quad = \quad \sin^2 \varphi$$
$$K_2 \quad : \quad r \quad = \quad \tfrac{1}{2} |\sin(2\varphi)|$$

schneiden sich für $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$ in einem Punkt P.

a. Bestimmen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts P.

Aufgabe 3

Ziele: Kurven in Polarkoordinaten betrachten, Schnittpunkt und Tangenten bestimmen

Die beiden in Polarkoordinaten (r, φ) gegebenen Kurven

$$K_1 \quad : \quad r \quad = \quad \sin^2 \varphi$$
$$K_2 \quad : \quad r \quad = \quad \tfrac{1}{2} |\sin(2\varphi)|$$

schneiden sich für $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$ in einem Punkt P.

b. Bestimmen Sie die die Gleichung der Tangente t_1 im Punkt P an die Kurve K_1

Aufgabe 3

Ziele: Kurven in Polarkoordinaten betrachten, Schnittpunkt und Tangenten bestimmen

Die beiden in Polarkoordinaten (r, φ) gegebenen Kurven

$$K_1 \quad : \quad r \quad = \quad \sin^2 \varphi$$
$$K_2 \quad : \quad r \quad = \quad \tfrac{1}{2} |\sin(2\varphi)|$$

schneiden sich für $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$ in einem Punkt P.

c. Bestimmen Sie von den folgenden 4 Punkten, ob sie auf der Tangente t_1 liegen:

- $P_1 = \left(\frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{4} \right)$
- $P_2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{8}, -\frac{\sqrt{2}}{4} \right)$
- $P_3 = \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}, 4\sqrt{2} \right)$
- $P_4 = \left(\frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$

Aufgabe 4

Ziel: Anwendung des Integrals zur Flächenberechnung, Umsetzung von Skizze zur passenden Berechnungsformel

(❤️) Berechnen Sie die Fläche des unten dargestellten x-förmigen Bereichs.

