Serie 8 · Aufgabe 1a

Aufgabe 1

Ziele: Zusammenhänge zwischen Ableitungen, Wachstum und Kurvenform (konvex/konkav) herstellen, Kandidaten für lokale Extremalstellen mit höheren Ableitungen klassifizieren, Wendepunkte identifizieren

(❤️) Gegeben sei die reelle Funktion

$$f: x \longmapsto x^{3/2}(x-2)^3$$

a. Bestimmen Sie den Definitionsbereich und Nullstellen von f.

Serie 8 · Aufgabe 1b

Aufgabe 1

Ziele: Zusammenhänge zwischen Ableitungen, Wachstum und Kurvenform (konvex/konkav) herstellen, Kandidaten für lokale Extremalstellen mit höheren Ableitungen klassifizieren, Wendepunkte identifizieren

(❤️) Gegeben sei die reelle Funktion

$$f: x \longmapsto x^{3/2}(x-2)^3$$

b. Wo ist f monoton wachsend? Monoton fallend? Bestimmen Sie die lokalen Extrema von f, falls vorhanden, und unterscheiden Sie Minima und Maxima. Besitzt f globale Extrema?

Serie 8 · Aufgabe 1c

Aufgabe 1

Ziele: Zusammenhänge zwischen Ableitungen, Wachstum und Kurvenform (konvex/konkav) herstellen, Kandidaten für lokale Extremalstellen mit höheren Ableitungen klassifizieren, Wendepunkte identifizieren

(❤️) Gegeben sei die reelle Funktion

$$f\colon x \longmapsto x^{3/2}(x-2)^3$$

c. Bestimmen Sie den Wertebereich von f.

Serie 8 · Aufgabe 1d

Aufgabe 1

Ziele: Zusammenhänge zwischen Ableitungen, Wachstum und Kurvenform (konvex/konkav) herstellen, Kandidaten für lokale Extremalstellen mit höheren Ableitungen klassifizieren, Wendepunkte identifizieren

(❤️) Gegeben sei die reelle Funktion

$$f: x \longmapsto x^{3/2}(x-2)^3$$

d. Wo ist f konvex? Wo ist f konkav? Bestimmen Sie eventuelle Wendepunkte von f.

Serie 8 · Aufgabe 1e

Aufgabe 1

Ziele: Zusammenhänge zwischen Ableitungen, Wachstum und Kurvenform (konvex/konkav) herstellen, Kandidaten für lokale Extremalstellen mit höheren Ableitungen klassifizieren, Wendepunkte identifizieren

(❤️) Gegeben sei die reelle Funktion

$$f\colon x \longmapsto x^{3/2}(x-2)^3$$

e. Mit der oben bestimmten Information skizziere man den Graphen von f.

Aufgabe 2

Ziele: Umrechnung implizit zu Polarkoordinaten für ebene Kurve, Extremalrechnung an ebener Kurve

Die *Astroide* ist durch folgende implizite Gleichung gegeben

$$x^{2/3} + y^{2/3} = 1.$$

a. Finde die Gleichung der Astroide in Polarkoordinaten (d.h. $\rho = f(\varphi), \varphi \in [0, 2\pi]$).

Aufgabe 2

Ziele: Umrechnung implizit zu Polarkoordinaten für ebene Kurve, Extremalrechnung an ebener Kurve

Die *Astroide* ist durch folgende implizite Gleichung gegeben

$$x^{2/3} + y^{2/3} = 1.$$

b. Für welche Winkel $\varphi \in [0, 2\pi]$ ist der Radius ρ minimal?

Serie 8 · Aufgabe 3a

Aufgabe 3

Die Abgabe zu dieser Aufgabe wird von den Hilfsassistierenden korrigiert.

Ziele: Grenzwert der Parameterdarstellung betrachten, spezielle Punkte bestimmen, bestimmte Tangenten finden, implizite Darstellung aus Parameterdarstellung finden

Das *Kartesische Blatt* ist die Kurve C gegeben durch die Parameterdarstellung

$$x = \frac{t}{t^3+1}, \qquad y = \frac{t^2}{t^3+1},$$

wobei $t \neq -1$.

a. (❤️) Welche(n) Punkt(e) beschreiben die Grenzwerte $\lim_{t\to\pm\infty}(x(t), y(t))$? Gibt es ein $t \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$, welches diese beschreibt?

Aufgabe 3

Die Abgabe zu dieser Aufgabe wird von den Hilfsassistierenden korrigiert.

Ziele: Grenzwert der Parameterdarstellung betrachten, spezielle Punkte bestimmen, bestimmte Tangenten finden, implizite Darstellung aus Parameterdarstellung finden

Das *Kartesische Blatt* ist die Kurve C gegeben durch die Parameterdarstellung

$$x = \frac{t}{t^3+1}, \qquad y = \frac{t^2}{t^3+1},$$

wobei $t \neq -1$.

b. (❤️) Bestimmen Sie die Schnittpunkte von C mit der ersten Winkelhalbierenden $y = x$.

Aufgabe 3

Die Abgabe zu dieser Aufgabe wird von den Hilfsassistierenden korrigiert.

Ziele: Grenzwert der Parameterdarstellung betrachten, spezielle Punkte bestimmen, bestimmte Tangenten finden, implizite Darstellung aus Parameterdarstellung finden

Das *Kartesische Blatt* ist die Kurve C gegeben durch die Parameterdarstellung

$$x = \frac{t}{t^3+1}, \qquad y = \frac{t^2}{t^3+1},$$

wobei $t \neq -1$.

c. Finde die Punkte, für die $\dot{x} = 0$ oder $\dot{y} = 0$ ist.

Aufgabe 3

Die Abgabe zu dieser Aufgabe wird von den Hilfsassistierenden korrigiert.

Ziele: Grenzwert der Parameterdarstellung betrachten, spezielle Punkte bestimmen, bestimmte Tangenten finden, implizite Darstellung aus Parameterdarstellung finden

Das *Kartesische Blatt* ist die Kurve C gegeben durch die Parameterdarstellung

$$x = \frac{t}{t^3+1}, \qquad y = \frac{t^2}{t^3+1},$$

wobei $t \neq -1$.

d. Bestimmen Sie die Gleichung, d.h. eine implizite Darstellung, von C. Verwenden Sie dabei $\frac{y}{x} = t$ für $t \neq 0$, um t zu eliminieren!

Aufgabe 3

Die Abgabe zu dieser Aufgabe wird von den Hilfsassistierenden korrigiert.

Ziele: Grenzwert der Parameterdarstellung betrachten, spezielle Punkte bestimmen, bestimmte Tangenten finden, implizite Darstellung aus Parameterdarstellung finden

Das *Kartesische Blatt* ist die Kurve C gegeben durch die Parameterdarstellung

$$x = \frac{t}{t^3+1}, \qquad y = \frac{t^2}{t^3+1},$$

wobei $t \neq -1$.

Mit dem Wissen von Woche 9 können Sie dann ausserdem folgende Aufgaben bearbeiten:

e. (⭐) Bestimmen Sie die Tangenten in den Schnittpunkten von Teilaufgabe (b).