

Aufgabe 1

Ziel: Ableitungen berechnen

(♥) Berechnen Sie $f': D(f) \rightarrow \mathbb{R}$ für

- a. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x \sin(x);$
- b. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x^2+3};$
- c. $f: (0, \pi) \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{\sin x};$
- d. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto e^{-x};$
- e. $f: (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto (\tan x)^2;$
- f. $f: \mathbb{R}_{\geq 1} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \sqrt{\ln x};$
- g. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2}} & \text{für } x \neq 0, \\ 0 & \text{für } x = 0 \end{cases};$
- h. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \begin{cases} x^2 \sin(\frac{1}{x}) & \text{für } x \neq 0 \\ 0 & \text{für } x = 0 \end{cases}.$

(★) Zeigen Sie, dass die Ableitung der Funktion aus Teilaufgabe **h)** im Punkt $x = 0$ nicht stetig ist.

Aufgabe 2

Ziel: Eigenschaften von geraden und ungeraden Funktionen bestimmen, wenn man sie ableitet

Es sei $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine differenzierbare Funktion.

- Zeigen Sie, dass falls f eine gerade Funktion ist, dann ist f' eine ungerade Funktion.
- Zeigen Sie ausserdem, dass falls f eine ungerade Funktion ist, dann ist f' eine gerade Funktion.

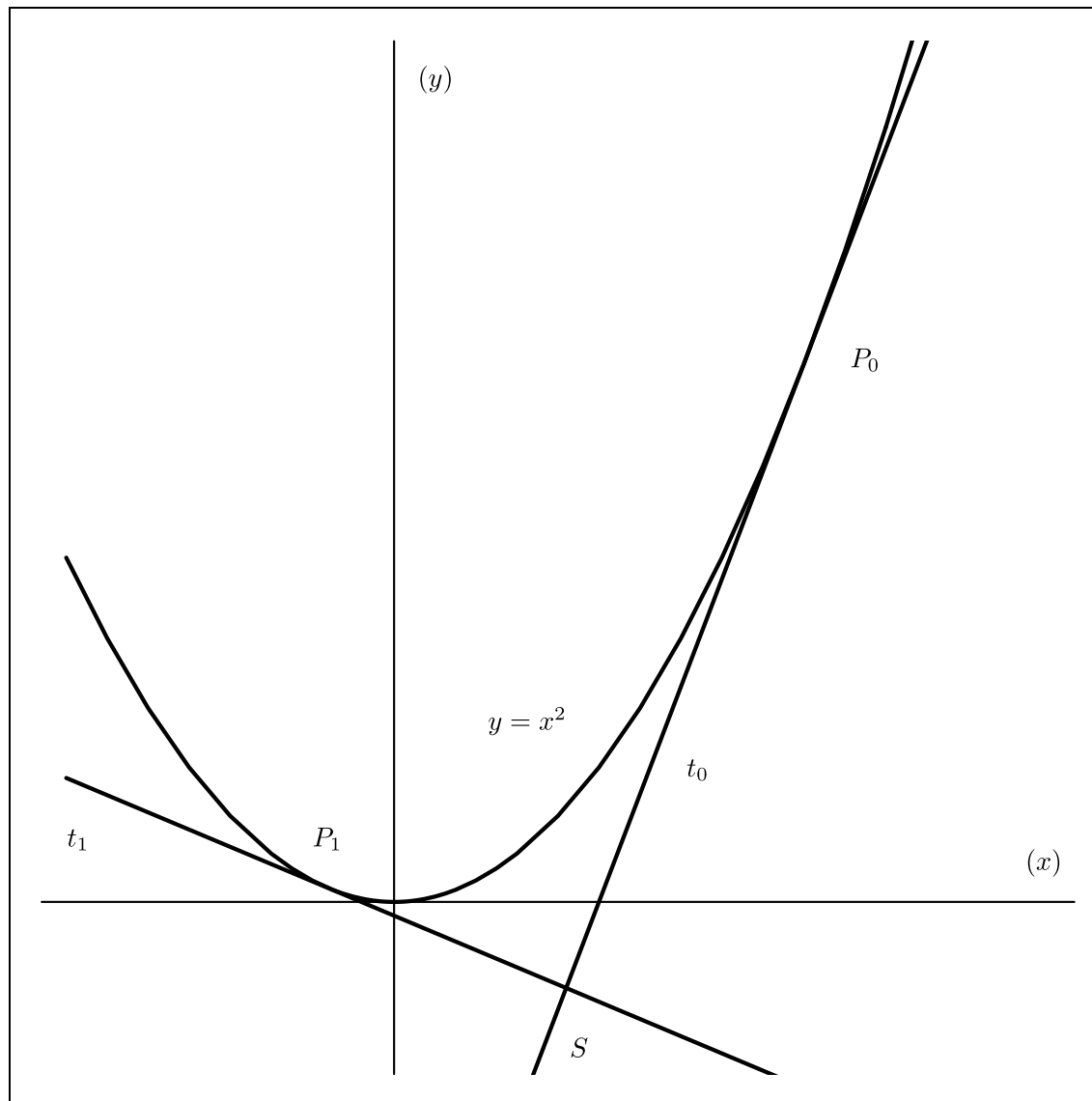
Aufgabe 3

Die Abgabe zu dieser Aufgabe wird von den Hilfsassistierenden korrigiert.

Ziel: Tangenten bestimmen, Ableitungen für geometrische Konstruktionen verwenden

Es sei $P_0 = (x_0, y_0)$ ein von Ursprung verschiedener, aber sonst beliebiger Punkt der Parabel $y = x^2$ und t_0 sei die zugehörige Tangente.

- Man finde den Punkt P_1 auf der Parabel, dessen zugehörige Tangente t_1 senkrecht zu t_0 verläuft und bestimme den Schnittpunkt S von t_0 und t_1 in Abhängigkeit von x_0 .



- b. Sei nun n_0 ausserdem die zugehörige Normale. Weiter seien P_2 der Schnittpunkt von n_0 mit der Parabel und t_2 die zugehörige Tangente. Man bestimme den Schnittpunkt $T = (x, y)$ von t_0 und t_2 in Abhängigkeit von x_0 . Lässt sich y als Funktion von x ausdrücken, ohne x_0 zu verwenden?

